

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 22.03.2019

Parte I - Testo 1

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

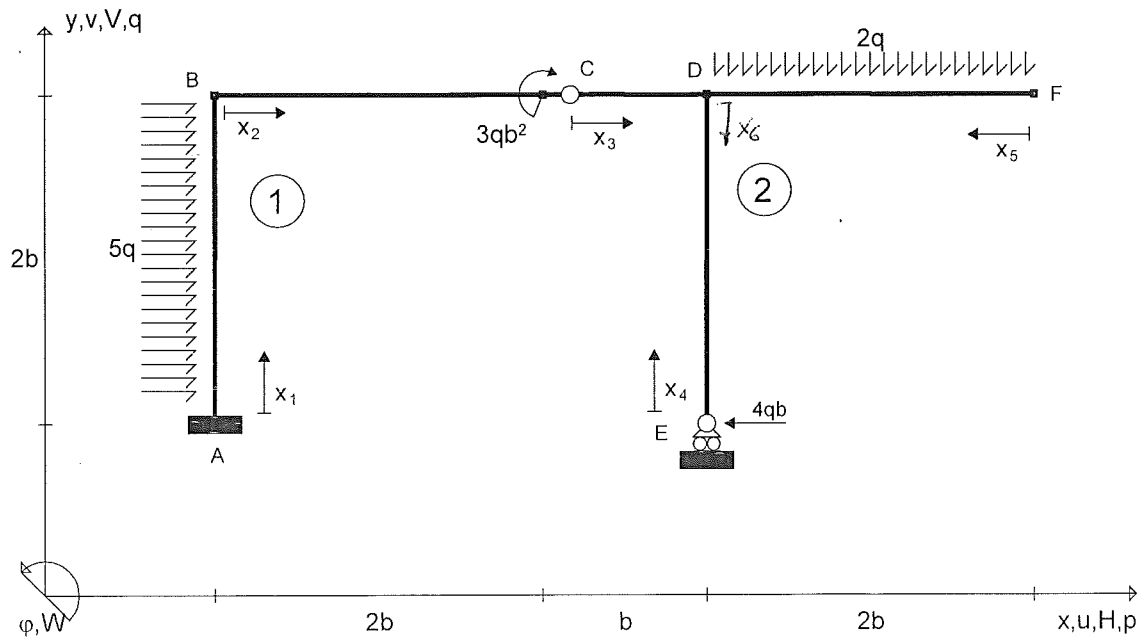
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 22.03.19*001



eq. ausiliarie : $M_{(C)}^{(2)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_D applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B, v_B , e quella orizzontale dello spostamento del punto C, u_C .

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto C, M_C .

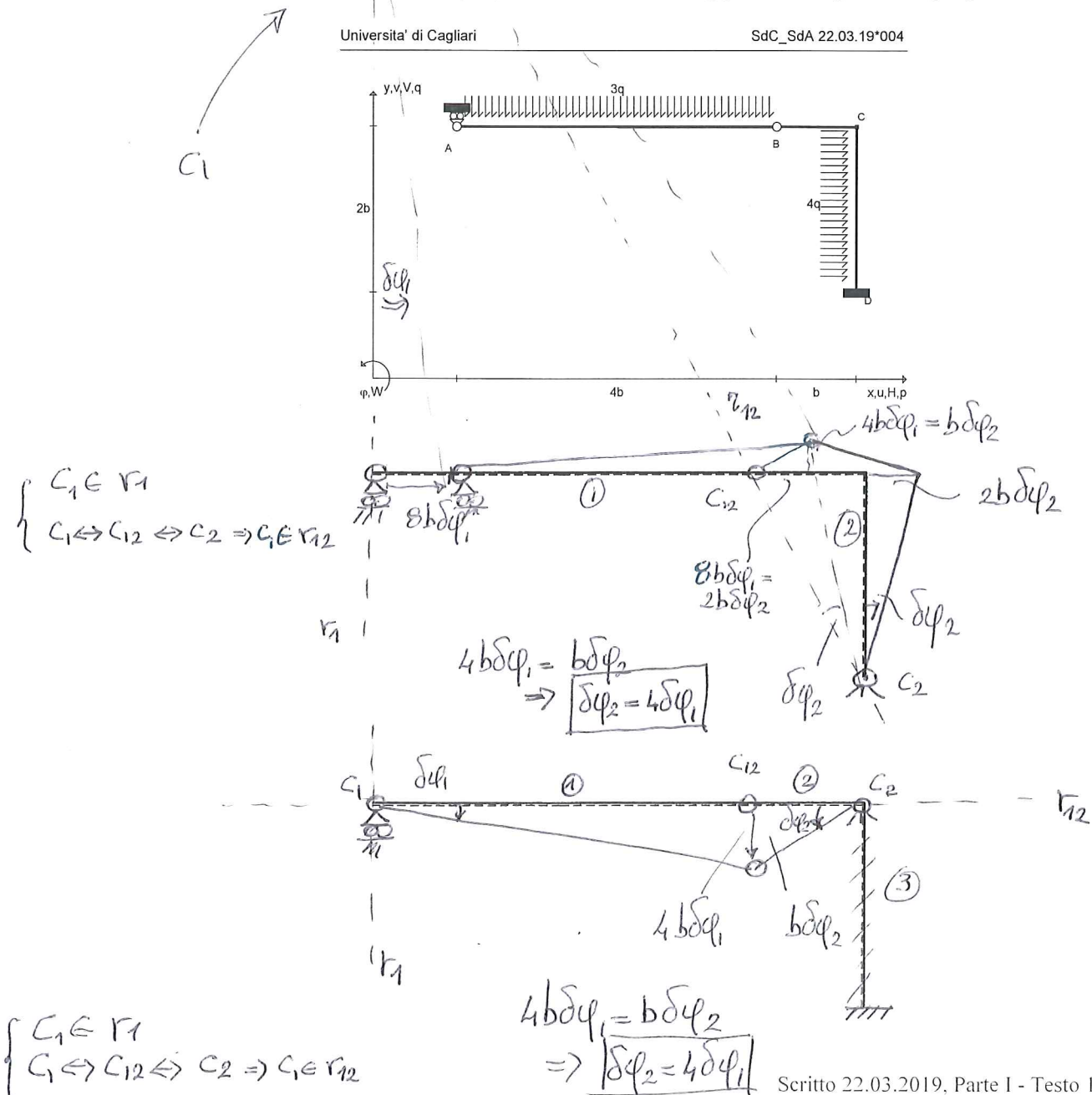
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B, v_B , e quella orizzontale dello spostamento del punto A, u_A .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 22.03.19*004



$$M_D(\hat{\varphi}) = \dots + 2qb^2 \dots; C_1 = (\dots 0, \dots 8b \dots); C_2 = (\dots 5b, \dots -2b \dots); C_{12} = (\dots 4b, \dots 0 \dots);$$

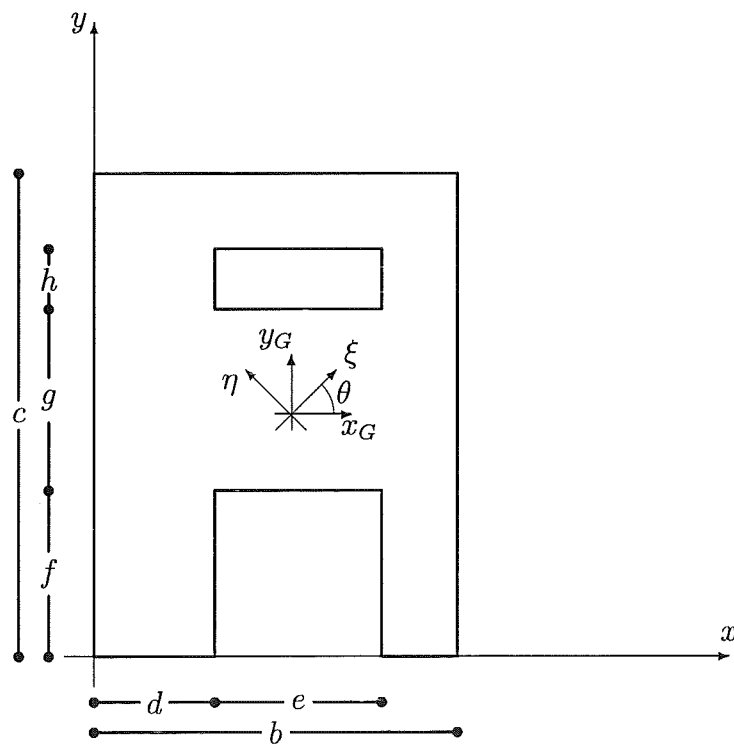
$$v_B = \dots b\delta\varphi_2 = 4b\delta\varphi_1 \dots; u_C = \dots 2b\delta\varphi_2 \dots;$$

$$M_C(\hat{\varphi} \square \hat{\varphi}) = \dots -6qb^2 \dots; u_A = \dots 0 \dots; v_B = \dots -4b\delta\varphi_1 = -b\delta\varphi_2 \dots$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 3a$; $c = 5a$; $d = a$; $e = a$; $f = 2a$; $g = a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



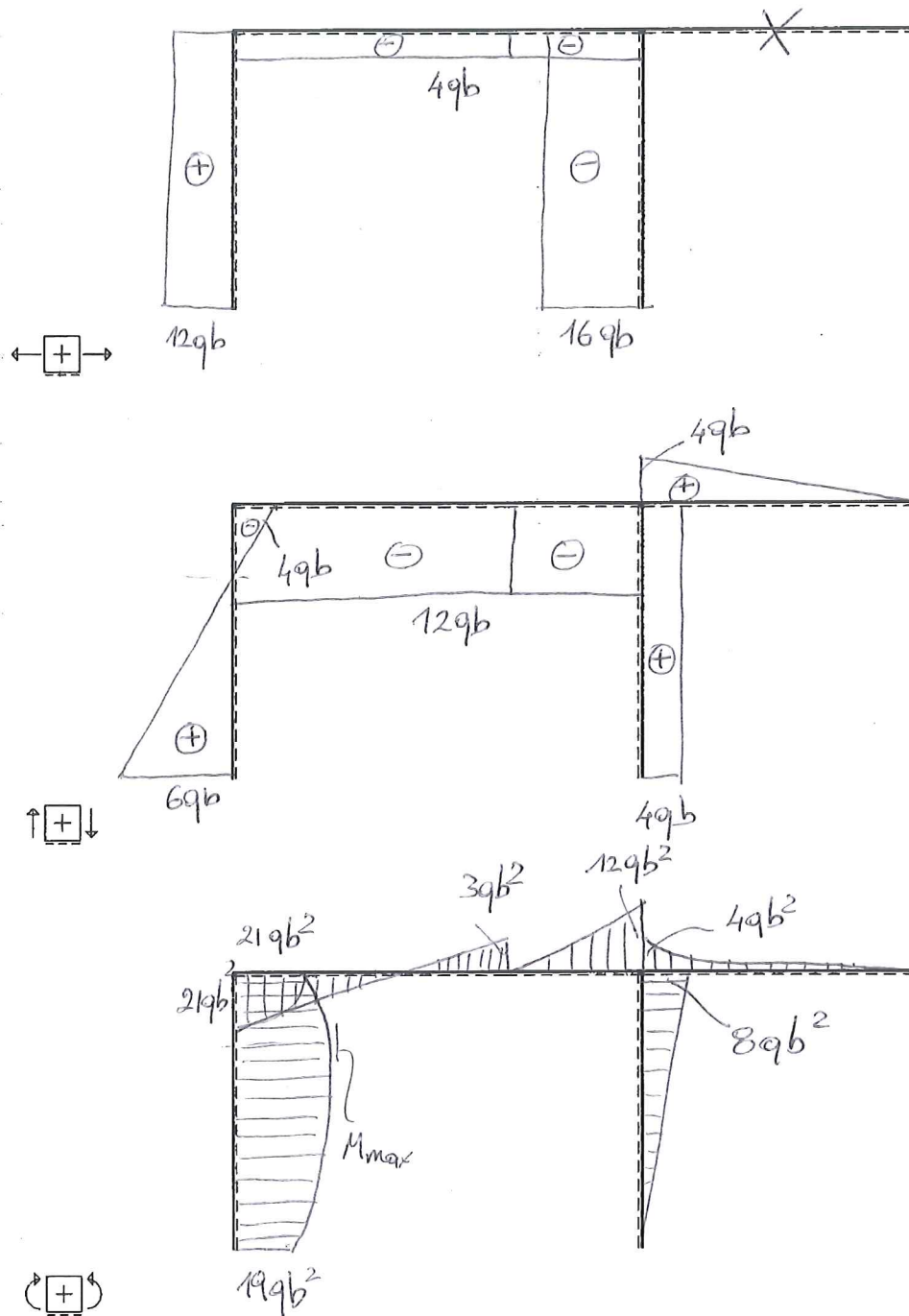
$$S_x = \dots \frac{55}{2} a^3 = 27.5000 a^3 \dots; S_y = \dots \frac{33}{2} a^3 = 16.5000 a^3 \dots;$$

$$x_G = \dots \frac{3}{2} a = 1.5000 a \dots; y_G = \dots \frac{5}{2} a = 2.5000 a \dots;$$

$$J_{xG} = \dots \frac{251}{12} a^4 = 20.91667 a^4 \dots; J_{yG} = \dots \frac{131}{12} a^4 = 10.91667 a^4 \dots;$$

$$J_{xGyG} = \dots 0 \dots; \tan 2\theta = \dots 0 \dots (\theta = 0^\circ) \dots;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \dots \frac{251}{12} a^4 = 20.91667 a^4 \dots; J_\eta = J_{\min} = \dots \frac{131}{12} a^4 = 10.91667 a^4 \dots;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= -6qb; & V_A (\uparrow) &= -12qb; & M_A (\curvearrowright) &= -18qb^2; & V_E (\uparrow) &= 16qb; \\
 N_{AB} &= 12qb; & T_{AB} &= 6qb - 5qx_1; & M_{AB} &= 19qb^2 + 6qb x_1 - \frac{5}{2}qx_1^2; \\
 N_{BC} &= -4qb; & T_{BC} &= -12qb; & M_{BC} &= 21qb^2 - 12qb x_2; \\
 N_{CD} &= -4qb; & T_{CD} &= -12qb; & M_{CD} &= -12qb x_3; \\
 N_{ED} &= -16qb; & T_{ED} &= 4qb; & M_{ED} &= \begin{cases} -4qb x_4 \\ -8qb^2 + 4qb x_6 \end{cases}; \\
 N_{FD} &= 0; & T_{FD} &= 2qx_5; & M_{FD} &= -qx_5^2;
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 22.03.2019

Parte I - Testo 2

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

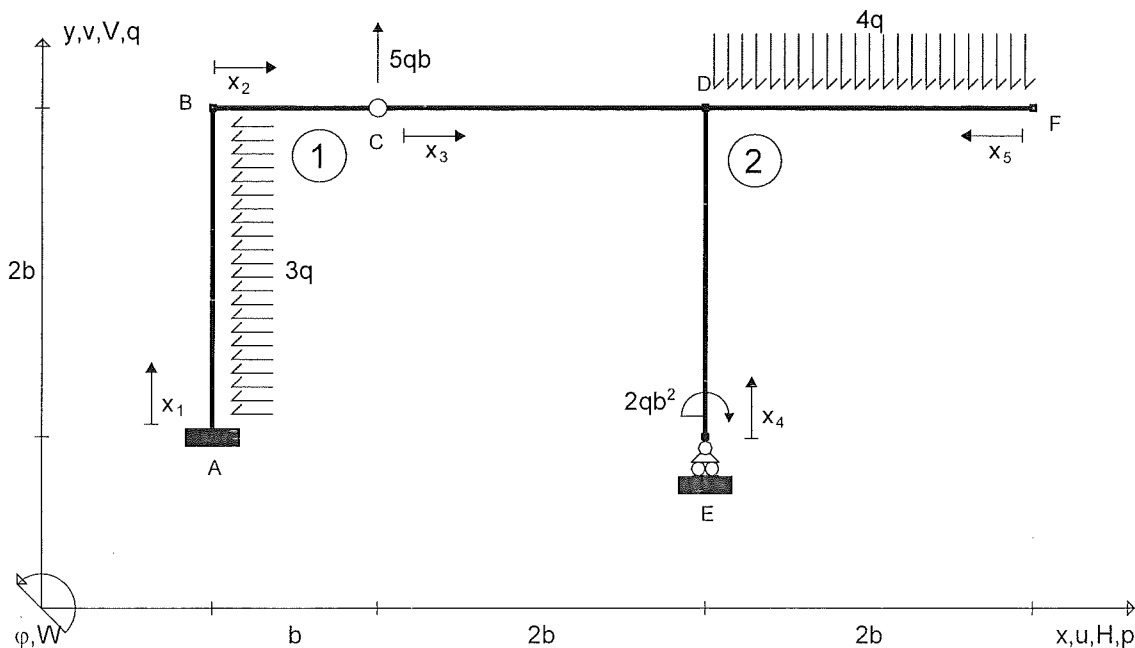
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 22.03.19*002



eq. ausiliario: $M_{z(cc)}^{(2)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_D applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

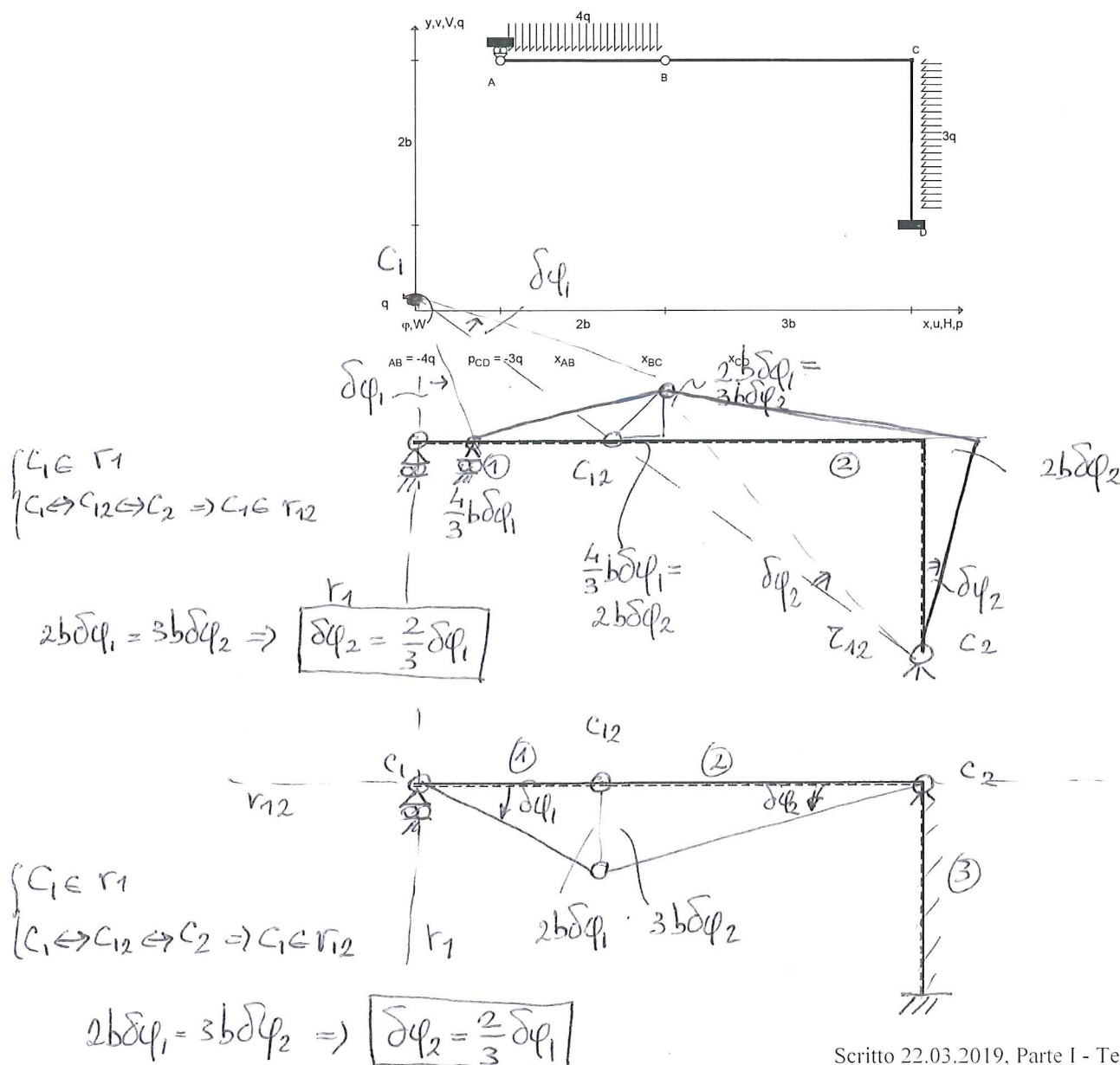
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B, v_B , e quella orizzontale dello spostamento del punto C, u_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto C, M_C .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B, v_B , e quella orizzontale dello spostamento del punto A, u_A .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$M_D(\hat{\sigma}) = -12ab^2; C_1 = (0, \frac{4b}{3}); C_2 = (5b, -2b); C_{12} = (2b, 0);$$

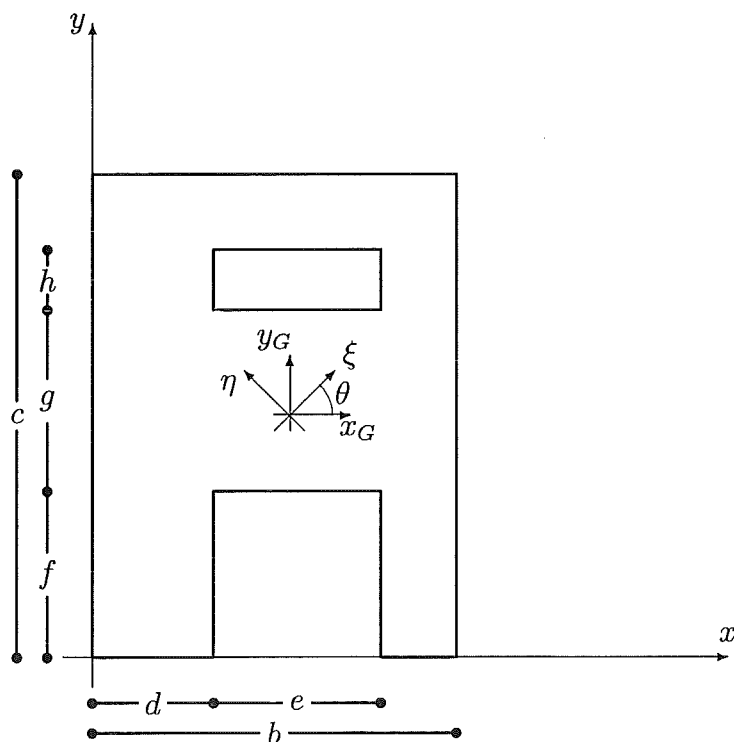
$$v_B = 2b\delta\varphi_1 - 3b\delta\varphi_2; u_C = 2b\delta\varphi_2;$$

$$M_C(\hat{\sigma}) = -12ab^2; u_A = 0; v_B = -2b\delta\varphi_1 - 3b\delta\varphi_2$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 3a$; $c = 5a$; $d = a$; $e = a$; $f = a$; $g = a$; $h = 3a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



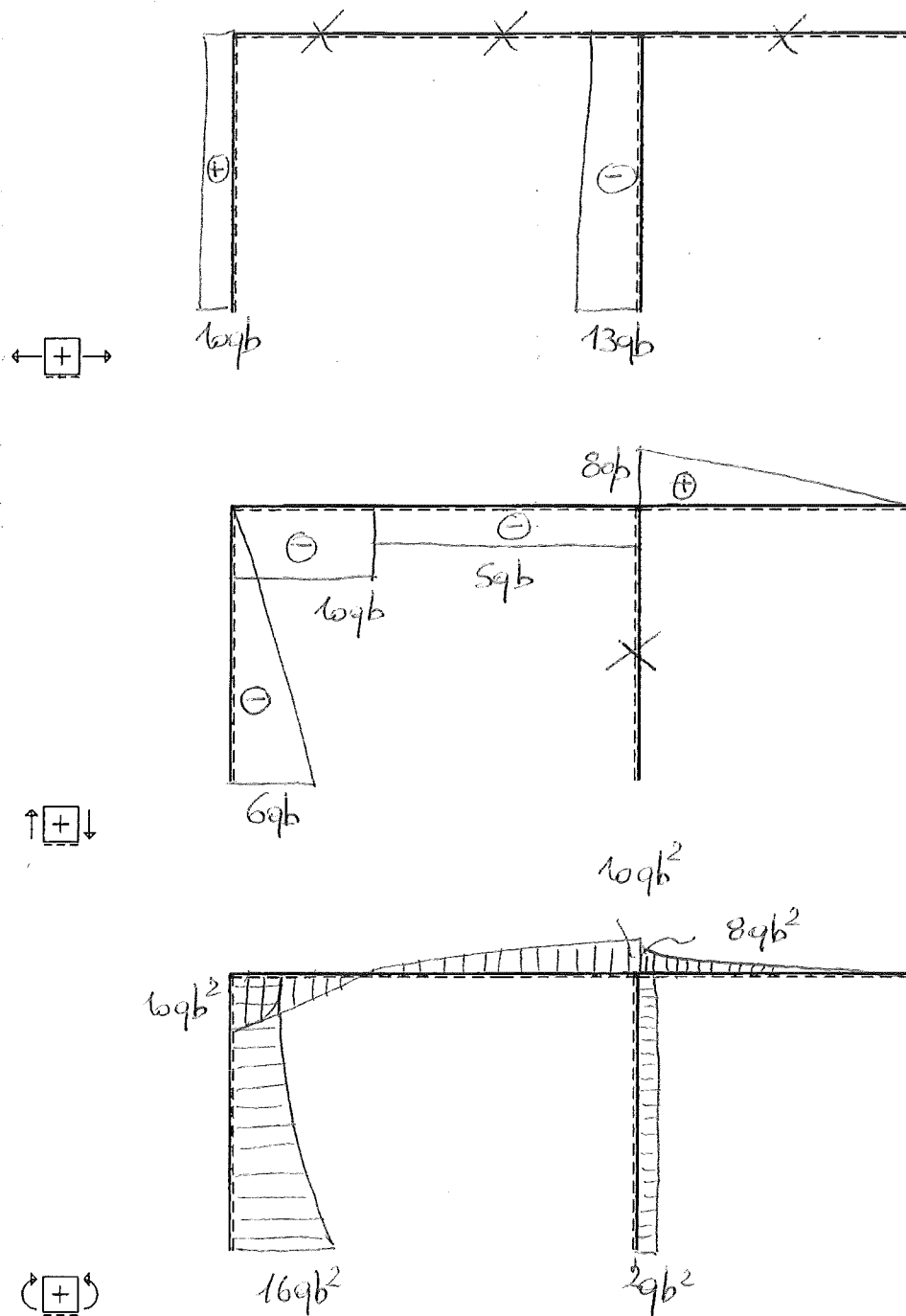
$$S_x = \frac{53}{2}a^3 = 26.50000a^3; S_y = \frac{33}{2}a^3 = 16.50000a^3;$$

$$x_G = \frac{3}{2}a = 1.50000a; y_G = \frac{53}{22}a = 2.40909a;$$

$$J_{xG} = \frac{281}{32}a^4 = 21.82576a^4; J_{yG} = \frac{131}{12}a^4 = 10.91667a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 (\theta = 0);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{281}{32}a^4 = 21.82576a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{131}{12}a^4 = 10.91667a^4;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 6qb; & V_A (\uparrow) &= -10qb; & M_A (\curvearrowright) &= -16qb^2; & V_E (\uparrow) &= 13qb; \\
 N_{AB} &= 10qb; & T_{AB} &= -6qb + 3qx_1; & M_{AB} &= 16qb^2 - 6bx_1 + \frac{3}{2}qx_1^2; \\
 N_{BC} &= 0; & T_{BC} &= -10qb; & M_{BC} &= 10qb^2 - 10bx_2; \\
 N_{CD} &= 0; & T_{CD} &= -5qb; & M_{CD} &= -5bx_3; \\
 N_{ED} &= -13qb; & T_{ED} &= 0; & M_{ED} &= -2qb^2; \\
 N_{FD} &= 0; & T_{FD} &= 4qx_5; & M_{FD} &= -2qx_5^2;
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 22.03.2019

Parte I - Testo 3

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

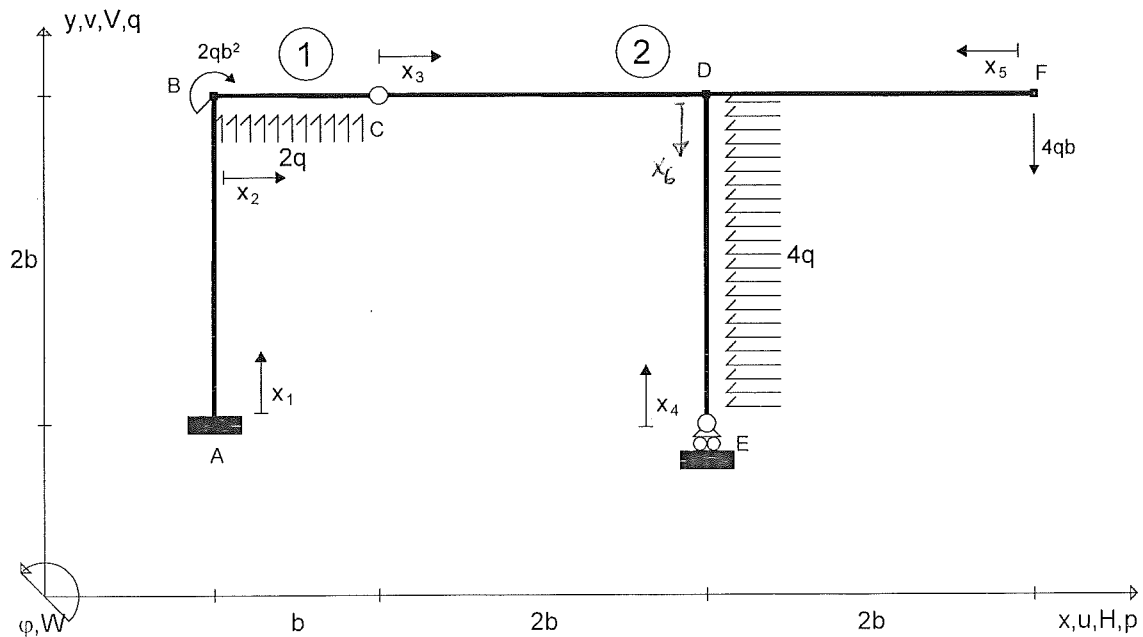
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 22.03.19*003



Eq. ausiliarie: $M_{z(c)}^{(2)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_D applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

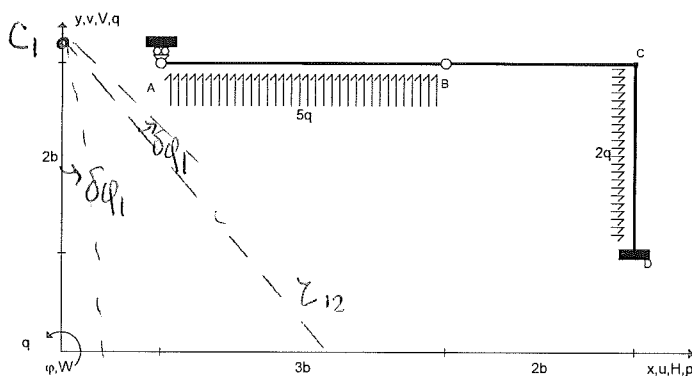
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B , v_B , e quella orizzontale dello spostamento del punto C , u_C .

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto C , M_C .

In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste* AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B , v_B , e quella orizzontale dello spostamento del punto A , u_A .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$\begin{cases} C_1 \in r_1 \\ C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_1 \in r_{12} \end{cases}$$

$$3b\delta\varphi_1 = 2b\delta\varphi_2 \Rightarrow \boxed{\delta\varphi_2 = \frac{3}{2}\delta\varphi_1} \quad r_1$$

$$\begin{cases} C_1 \in r_1 \\ C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_1 \in r_{12} \end{cases}$$

$$3b\delta\varphi_1 = 2b\delta\varphi_2 \Rightarrow \boxed{\delta\varphi_2 = \frac{3}{2}\delta\varphi_1} \quad r_1$$

$$M_D(\hat{\sigma}) = +19.9b^2; C_1 = (0, 3b); C_2 = (5b, -2b); C_{12} = (3b, 0);$$

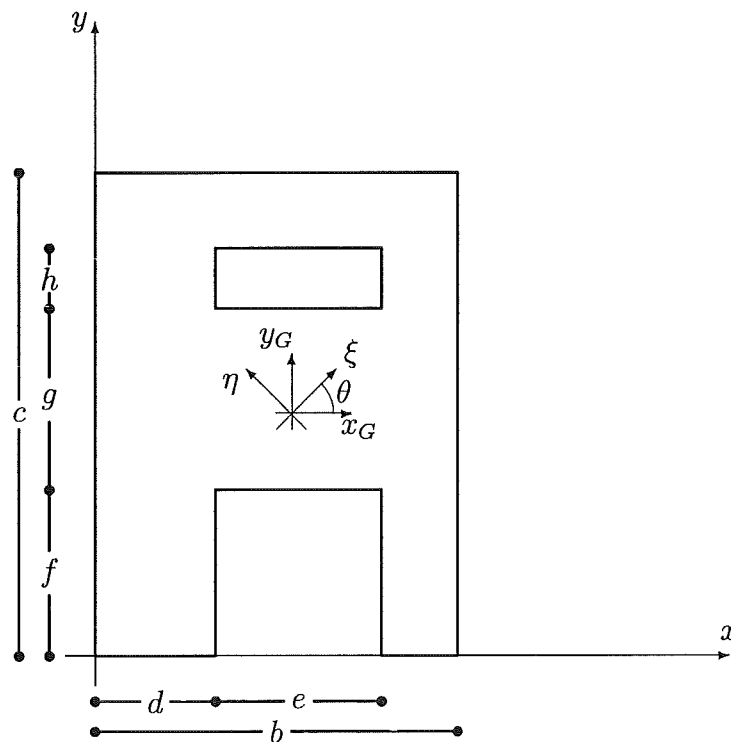
$$v_B = 3b\varphi_1 = 2b\varphi_2; u_C = 2b\varphi_2;$$

$$M_C(\hat{\sigma}) = +15ab^2; u_A = 0; v_B = -3b\varphi_1 = -2b\varphi_2$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 3a$; $c = 5a$; $d = a$; $e = a$; $f = 3a$; $g = a$; $h = a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



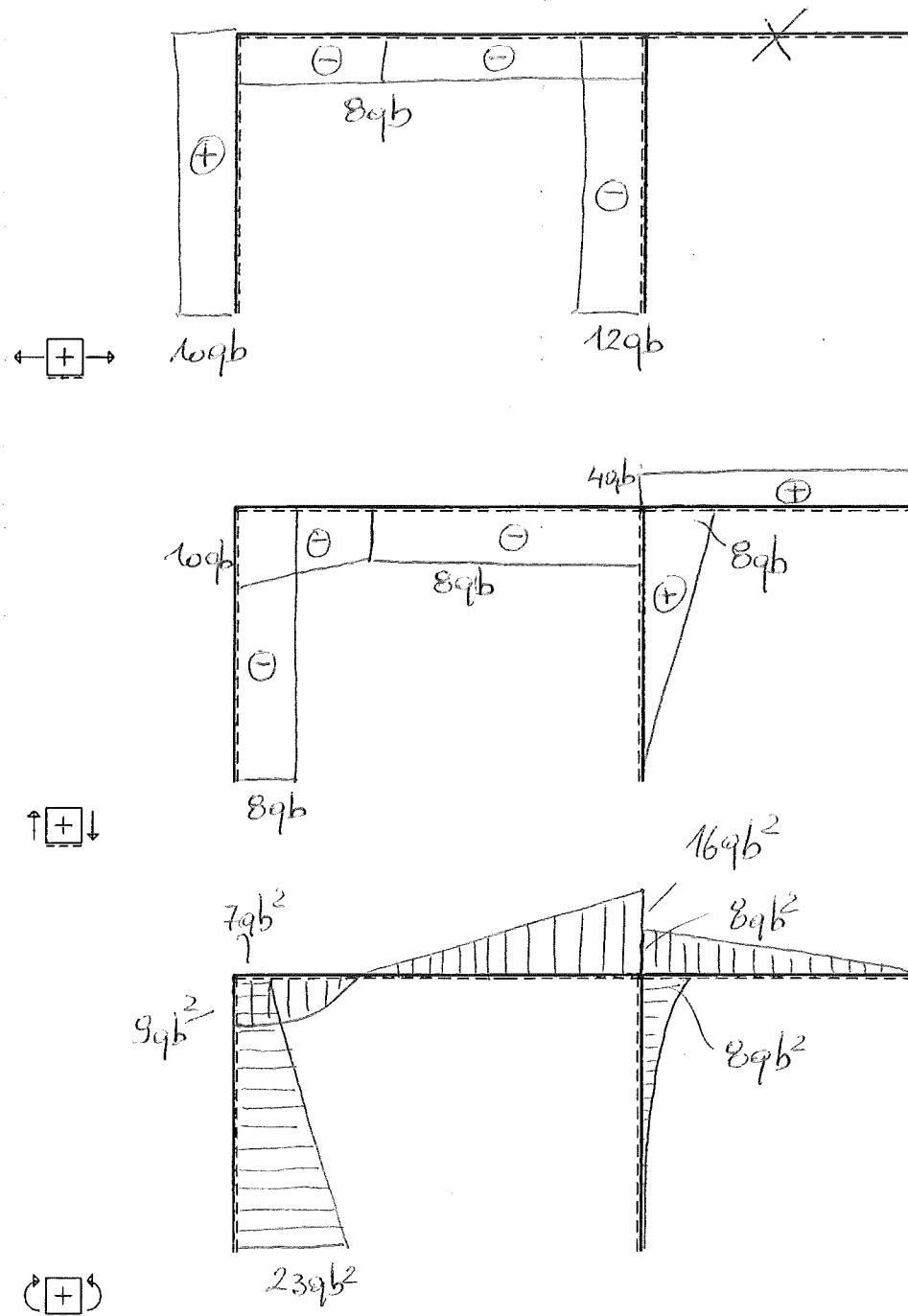
$$S_x = \frac{57}{2}a^3 = 28.50000a^3; S_y = \frac{33}{2}a^3 = 16.50000a^3;$$

$$x_G = \frac{3}{2}a = 1.50000a; y_G = \frac{57}{22}a = 2.59091a;$$

$$J_{xG} = \frac{2881}{132}a^4 = 21.82576a^4; J_{yG} = \frac{131}{12}a^4 = 10.91667a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{2881}{132}a^4 = 21.82576a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{131}{12}a^4 = 10.91667a^4;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= \dots 8qb \dots; V_A (\uparrow) = \dots 10qb \dots; M_A (\curvearrowright) = \dots 23qb^2 \dots; V_E (\uparrow) = \dots 12qb \dots; \\
 N_{AB} &= \dots +10qb \dots; T_{AB} = \dots -8qb \dots; M_{AB} = \dots 23qb^2 - 8qb x_1 \dots; \\
 N_{BC} &= \dots -8qb \dots; T_{BC} = \dots -10qb + 2qx_2 \dots; M_{BC} = \dots 9qb^2 - 10qb x_2 + qx_2^2 \dots; \\
 N_{CD} &= \dots -8qb \dots; T_{CD} = \dots -8qb \dots; M_{CD} = \dots -8qb x_3 \dots; \\
 N_{ED} &= \dots -12qb \dots; T_{ED} = \begin{cases} 4qx_4 \\ 8qb - 4qx_6 \end{cases} \dots; M_{ED} = \begin{cases} -2qx_4^2 \\ -8qb x_6 + 2qx_6^2 - 2qx_6^2 \end{cases} \dots; \\
 N_{FD} &= \dots 0 \dots; T_{FD} = \dots 4qb \dots; M_{FD} = \dots -4qb x_5 \dots;
 \end{aligned}$$